

Numerical Integration

	x	x	x	x	x	x	y	y	y	y	y	y
N	4	8	16	32	64	128	4	8	16	32	64	128
h	0.25	0.125	0.0625	0.0313	0.0156	0.0078	0.25	0.125	0.0625	0.0313	0.0156	0.008
exact int.												
numer. int.												
error												
i												
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0.25	0.125	0.0625	0.0313	0.0156	0.0078	1.284	1.1331	1.0645	1.0317	1.0157	1.008
2	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.0313	0.0156	1.6487	1.284	1.1331	1.0645	1.0317	1.016
3	0.75	0.375	0.1875	0.0938	0.0469	0.0234	2.117	1.455	1.2062	1.0983	1.048	1.024
4	1	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.0313	2.7183	1.6487	1.284	1.1331	1.0645	1.032
5		0.625	0.3125	0.1563	0.0781	0.0391		1.8682	1.3668	1.1691	1.0813	1.04
6		0.75	0.375	0.1875	0.0938	0.0469		2.117	1.455	1.2062	1.0983	1.048
7		0.875	0.4375	0.2188	0.1094	0.0547		2.3989	1.5488	1.2445	1.1156	1.056
8		1	0.5	0.25	0.125	0.0625		2.7183	1.6487	1.284	1.1331	1.064
9			0.5625	0.2813	0.1406	0.0703			1.7551	1.3248	1.151	1.073
10			0.625	0.3125	0.1563	0.0781			1.8682	1.3668	1.1691	1.081
11			0.6875	0.3438	0.1719	0.0859			1.9887	1.4102	1.1875	1.09
12			0.75	0.375	0.1875	0.0938			2.117	1.455	1.2062	1.098
13			0.8125	0.4063	0.2031	0.1016			2.2535	1.5012	1.2252	1.107
14			0.875	0.4375	0.2188	0.1094			2.3989	1.5488	1.2445	1.116
15			0.9375	0.4688	0.2344	0.1172			2.5536	1.598	1.2641	1.124
16			1	0.5	0.25	0.125			2.7183	1.6487	1.284	1.133
17				0.5313	0.2656	0.1328				1.7011	1.3042	1.142
18				0.5625	0.2813	0.1406				1.7551	1.3248	1.151
19				0.5938	0.2969	0.1484				1.8108	1.3456	1.16
20				0.625	0.3125	0.1563				1.8682	1.3668	1.169
21				0.6563	0.3281	0.1641				1.9276	1.3884	1.178
22				0.6875	0.3438	0.1719				1.9887	1.4102	1.188
23				0.7188	0.3594	0.1797				2.0519	1.4324	1.197
24				0.75	0.375	0.1875				2.117	1.455	1.206
25				0.7813	0.3906	0.1953				2.1842	1.4779	1.216
26				0.8125	0.4063	0.2031				2.2535	1.5012	1.225
27				0.8438	0.4219	0.2109				2.3251	1.5248	1.235
28				0.875	0.4375	0.2188				2.3989	1.5488	1.245
29				0.9063	0.4531	0.2266				2.475	1.5732	1.254
30				0.9375	0.4688	0.2344				2.5536	1.598	1.264
31				0.9688	0.4844	0.2422				2.6346	1.6232	1.274
32				1	0.5	0.25				2.7183	1.6487	1.284
33					0.5156	0.2578					1.6747	1.294
34					0.5313	0.2656					1.7011	1.304
35					0.5469	0.2734					1.7278	1.314
36					0.5625	0.2813					1.7551	1.325
37					0.5781	0.2891					1.7827	1.335
38					0.5938	0.2969					1.8108	1.346
39					0.6094	0.3047					1.8393	1.356
40					0.625	0.3125					1.8682	1.367
41					0.6406	0.3203					1.8977	1.378
42					0.6563	0.3281					1.9276	1.388
43					0.6719	0.3359					1.9579	1.399

Numerical Integration

44		0.6875	0.3438		1.9887	1.41
45		0.7031	0.3516		2.0201	1.421
46		0.7188	0.3594		2.0519	1.432
47		0.7344	0.3672		2.0842	1.444
48		0.75	0.375		2.117	1.455
49		0.7656	0.3828		2.1503	1.466
50		0.7813	0.3906		2.1842	1.478
51		0.7969	0.3984		2.2186	1.489
52		0.8125	0.4063		2.2535	1.501
53		0.8281	0.4141		2.289	1.513
54		0.8438	0.4219		2.3251	1.525
55		0.8594	0.4297		2.3617	1.537
56		0.875	0.4375		2.3989	1.549
57		0.8906	0.4453		2.4367	1.561
58		0.9063	0.4531		2.475	1.573
59		0.9219	0.4609		2.514	1.586
60		0.9375	0.4688		2.5536	1.598
61		0.9531	0.4766		2.5938	1.611
62		0.9688	0.4844		2.6346	1.623
63		0.9844	0.4922		2.6761	1.636
64		1	0.5		2.7183	1.649
65			0.5078			1.662
66			0.5156			1.675
67			0.5234			1.688
68			0.5313			1.701
69			0.5391			1.714
70			0.5469			1.728
71			0.5547			1.741
72			0.5625			1.755
73			0.5703			1.769
74			0.5781			1.783
75			0.5859			1.797
76			0.5938			1.811
77			0.6016			1.825
78			0.6094			1.839
79			0.6172			1.854
80			0.625			1.868
81			0.6328			1.883
82			0.6406			1.898
83			0.6484			1.913
84			0.6563			1.928
85			0.6641			1.943
86			0.6719			1.958
87			0.6797			1.973
88			0.6875			1.989
89			0.6953			2.004
90			0.7031			2.02
91			0.7109			2.036
92			0.7188			2.052
93			0.7266			2.068
94			0.7344			2.084

Numerical Integration

95	0.7422	2.101
96	0.75	2.117
97	0.7578	2.134
98	0.7656	2.15
99	0.7734	2.167
100	0.7813	2.184
101	0.7891	2.201
102	0.7969	2.219
103	0.8047	2.236
104	0.8125	2.254
105	0.8203	2.271
106	0.8281	2.289
107	0.8359	2.307
108	0.8438	2.325
109	0.8516	2.343
110	0.8594	2.362
111	0.8672	2.38
112	0.875	2.399
113	0.8828	2.418
114	0.8906	2.437
115	0.8984	2.456
116	0.9063	2.475
117	0.9141	2.494
118	0.9219	2.514
119	0.9297	2.534
120	0.9375	2.554
121	0.9453	2.574
122	0.9531	2.594
123	0.9609	2.614
124	0.9688	2.635
125	0.9766	2.655
126	0.9844	2.676
127	0.9922	2.697
128	1	2.718

Numerical Integration

trapez.	Simpson												
4	8	16	32	64	128		4	8	16	32	64	128	
0.25	0.125	0.0625	0.0313	0.0156	0.0078		0.25	0.125	0.0625	0.0313	0.0156	0.0078	
1.7183	1.7183	1.7183	1.7183	1.7183	1.7183		1.7183	1.7183	1.7183	1.7183	1.7183	1.7183	
1.7272	1.7205	1.7188	1.7184	1.7183	1.7183		1.7183	1.7183	1.7183	1.7183	1.7183	1.7183	
0.0089	0.0022	0.0006	0.0001	3E-05	9E-06		4E-05	2E-06	1E-07	9E-09	6E-10	4E-11	
0.6521	0.2844	0.1332	0.0645	0.0317	0.0157		0.6487	0.284	0.1331	0.0645	0.0317	0.0157	
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
1.0751	0.3652	0.1509	0.0687	0.0328	0.016		1.0696	0.3647	0.1509	0.0687	0.0328	0.016	
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.4689	0.171	0.0731	0.0338	0.0162			0.4683	0.171	0.0731	0.0338	0.0162		
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.6021	0.1938	0.0778	0.0349	0.0165			0.6013	0.1937	0.0778	0.0349	0.0165		
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.2196	0.0828	0.036	0.0168				0.2195	0.0828	0.036	0.0168			
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.2488	0.0882	0.0371	0.017				0.2488	0.0882	0.0371	0.017			
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.282	0.0938	0.0383	0.0173				0.2819	0.0938	0.0383	0.0173			
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.3195	0.0999	0.0395	0.0176				0.3194	0.0999	0.0395	0.0176			
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.1063	0.0408	0.0178					0.1063	0.0408	0.0178				
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.1132	0.0421	0.0181					0.1132	0.0421	0.0181				
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.1205	0.0434	0.0184					0.1205	0.0434	0.0184				
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.1283	0.0448	0.0187					0.1283	0.0448	0.0187				
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.1365	0.0462	0.019					0.1365	0.0462	0.019				
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.1454	0.0477	0.0193					0.1453	0.0477	0.0193				
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.1547	0.0492	0.0196					0.1547	0.0492	0.0196				
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.1647	0.0507	0.0199					0.1647	0.0507	0.0199				
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	
0.0523	0.0202						0.0523	0.0202					
0	0						0	0					
0.054	0.0205						0.054	0.0205					
0	0						0	0					
0.0557	0.0209						0.0557	0.0209					
0	0						0	0					
0.0575	0.0212						0.0575	0.0212					
0	0						0	0					
0.0593	0.0215						0.0593	0.0215					
0	0						0	0					
0.0612	0.0219						0.0612	0.0219					
0	0						0	0					

Numerical Integration

0.0631	0.0222		0.0631	0.0222
0	0		0	0
0.0651	0.0226		0.0651	0.0226
0	0		0	0
0.0672	0.0229		0.0672	0.0229
0	0		0	0
0.0693	0.0233		0.0693	0.0233
0	0		0	0
0.0715	0.0236		0.0715	0.0236
0	0		0	0
0.0738	0.024		0.0738	0.024
0	0		0	0
0.0762	0.0244		0.0761	0.0244
0	0		0	0
0.0786	0.0248		0.0786	0.0248
0	0		0	0
0.0811	0.0252		0.0811	0.0252
0	0		0	0
0.0836	0.0256		0.0836	0.0256
0	0		0	0
	0.026			0.026
	0			0
	0.0264			0.0264
	0			0
	0.0268			0.0268
	0			0
	0.0272			0.0272
	0			0
	0.0276			0.0276
	0			0
	0.0281			0.0281
	0			0
	0.0285			0.0285
	0			0
	0.029			0.029
	0			0
	0.0294			0.0294
	0			0
	0.0299			0.0299
	0			0
	0.0304			0.0304
	0			0
	0.0308			0.0308
	0			0
	0.0313			0.0313
	0			0
	0.0318			0.0318
	0			0
	0.0323			0.0323
	0			0
	0.0328			0.0328

Numerical Integration

0	0
0.0333	0.0333
0	0
0.0339	0.0339
0	0
0.0344	0.0344
0	0
0.0349	0.0349
0	0
0.0355	0.0355
0	0
0.036	0.036
0	0
0.0366	0.0366
0	0
0.0372	0.0372
0	0
0.0378	0.0378
0	0
0.0384	0.0384
0	0
0.039	0.039
0	0
0.0396	0.0396
0	0
0.0402	0.0402
0	0
0.0408	0.0408
0	0
0.0415	0.0415
0	0
0.0421	0.0421
0	0

Numerical Integration

Bode	Bode	Bode	Bode	Bode	Bode
4	8	16	32	64	128
0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625	0.007813
1.718282	1.718282	1.718282	1.718282	1.718282	1.718282
1.718283	1.718282	1.718282	1.718282	1.718282	1.718282
8.59E-07	1.38E-08	2.16E-10	3.39E-12	5.31E-14	6.66E-16
1.718283	0.648721	0.284025	0.133148	0.064494	0.031743
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
1.069561	0.364696	0.150877	0.068654	0.032751	
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0.468279	0.170966	0.073082	0.033791		
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0.601282	0.19373	0.077795	0.034863		
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0.219525	0.082813	0.03597			
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0.248754	0.088153	0.037112			
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0.281875	0.093839	0.03829			
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0.319407	0.099891	0.039505			
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0.106333	0.040759				
0	0				
0	0				
0	0				
0.113191	0.042053				
0	0				
0	0				
0	0				
0.120492	0.043388				
0	0				
0	0				
0	0				

Numerical Integration

0.128263	0.044765
0	0
0	0
0	0
0.136535	0.046186
0	0
0	0
0	0
0.145341	0.047652
0	0
0	0
0	0
0.154714	0.049165
0	0
0	0
0	0
0.164692	0.050726
0	0
0	0
0	0
	0.052336
	0
	0
	0
	0.053997
	0
	0
	0
	0.055711
	0
	0
	0
	0.05748
	0
	0
	0
	0.059304
	0
	0
	0
	0.061187
	0
	0
	0
	0.063129
	0
	0
	0
	0.065133
	0
	0

Numerical Integration

0	
0.067201	0
0	0
0	0
0.069334	0
0	0
0	0
0.071535	0
0	0
0	0
0.073806	0
0	0
0	0
0.076148	0
0	0
0	0
0.078566	0
0	0
0	0
0.08106	0
0	0
0	0
0.083633	0
0	0
0	0